PROBLÈMES MATHÉMATIQUES SUR INTERNET

L'OFFRE, LA MANIÈRE ET L'USAGE

Luc-Olivier Pochon

Résumé

La banque de problème de l'Association du Rallye mathématique transalpin (BP-ARMT), arrive à un stade de développement qui devrait en permettre une utilisation aisée.

Mais des questions restent ouvertes quant à son évolution, notamment : comment affiner les critères de recherche ? Comment améliorer l'aspect collaboratif ? Cet article va permettre de les préciser après avoir fait un état des ressources en matière de problèmes mathématiques sur Internet et de la manière dont ces ressources sont organisées et utilisées.

Introduction

Avec plus de mille problèmes disponibles, dont près de la moitié déjà bien documentés (analyses a priori et résultats), la banque de problèmes de l'Association du Rallye mathématique transalpin (BP-ARMT) devrait permettre aux animateurs de l'association de l'utiliser avec profit.

De plus, moyennant une information sur ces buts et sur le fait qu'elle est en constante évolution, elle sera ouverte, selon décision du groupe de gestion, à un plus large public. Les participants aux rallyes (organisateurs, correcteurs, créateurs de problèmes) et les enseignants qui basent une partie de leur pratique sur la résolution de problèmes restent toutefois le public cible privilégié.

Les problèmes mis à disposition sont nombreux, mais les analyses de beaucoup d'entre eux restent à compléter. Il faut aussi affiner, voire corriger, les critères de classement et l'indexation des fiches de problèmes. Il s'agit aussi et surtout de trouver des modalités qui permettent une meilleure collaboration entre les différents types de participants intéressés au projet.

Le but de cet article est de faire avancer la réflexion. Il fera tout d'abord un tour rapide des problèmes mathématiques que l'on trouve sur Internet, ce qui permettra de situer la banque de problèmes de l'ARMT dans l'offre en ligne à destination de l'enseignement des mathématiques. Il posera également la question de savoir quelle utilisation est faite de cette offre.

Dans la section suivante, il précisera les diverses manières de classer des problèmes mathématiques sur Internet en regard des systèmes de classement proposés en général.

Dans ce panorama, on verra que la classification des problèmes par types de « tâches » est une des particularités de la banque de problèmes du Rallye mathématique transalpin. Elle paraît bien adaptée à une didactique qui organise des parcours d'apprentissage à partir de problèmes. Mais cette option est encore à débattre après avoir précisé ce que recouvre la notion relativement ambiguë de tâche.

Finalement, on abordera quelques-unes des « tâches » proposées et des questions ouvertes à ce propos.

Quelle est l'offre de problèmes mathématiques sur Internet ?

Une offre abondante

Si l'on effectue, naïvement, sur Google la requête 'problèmes mathématiques' le système nous propose près de 20 millions d'adresses et les propositions des 20 premiers écrans (environs 200 adresses) sont assez pertinentes. Il en va de même pour la requête en italien. On peut aussi s'amuser à tester d'autres requêtes, par exemple : 'concours mathématique' ou 'rallye mathématique', en français et en italien. Avec cette dernière requête, la banque de problèmes de l'ARMT occupe les deux premières places en français et quasiment toute la première page délivrée par le moteur de recherche en italien.

La requête 'banque de problèmes mathématiques' apporte près de 3 millions de résultats dont un bon nombre assez pertinents, ceci avant de s'éloigner des mathématiques et d'entrer dans le méandre des problèmes bancaires. La BP-ARMT n'apparaît pas dans les premières pages. Alors que la requête en italien 'banca di problemi matematici' offre moins de résultats mais la première page est presque entièrement consacrée au Rallye mathématique transalpin.

Pour voir apparaître des informations sur la BP-ARMT en version française, il faut préciser la requête 'banque de problèmes mathématiques familles' (3^{e} place) ou encore 'banque de problèmes mathématiques familles de tâches' (1^{e} place). Ces résultats sont évidemment anecdotiques. Ils peuvent fluctuer dans le temps[1] où se différencier selon les utilisateurs. Par contre, ils permettent de dégager les caractéristiques des sites proposant des problèmes de mathématiques.

Classification de l'offre

L'examen de quelques centaines d'adresses fournies par Google, permet de dégager des critères qui permettent de comparer les offres en matière de problèmes mathématiques sur Internet. En voici une brève énumération :

- L'initiative de la réalisation : certains sites relèvent d'initiatives personnelles, d'autres sont créés par des institutions publiques ou des communautés d'intérêt. Certaines initiatives personnelles peuvent être soutenues par une institution et ainsi revêtir un aspect semi-public. Pour d'autres initiatives, le caractère commercial prime (nous les appellerons les initiatives « start-up »).

- But : cette rubrique distingue la mise à disposition de collections de questions de mathématiques récréatives et les sites proposant des problèmes plus scolaires avec une intention pédagogique d'évaluation ou d'apprentissage.

- Contenu : on trouve des sites où seuls les énoncés des problèmes sont proposés, ceux ou une solution est proposée et ceux où des résultats, voire une analyse des réponses figurent également. Il faut encore citer les sites proposant une théorie sur la résolution de problèmes.

- Forme de la présentation : cette rubrique différencie les sites où ce sont des fiches à imprimer (ou à lire à l'écran) qui délivrent les problèmes ou si les exercices sont à résoudre en ligne avec une correction automatique. Certains sites proposent les deux formes de présentation.

- Enrichissement : cela concerne la manière dont le contenu évolue : il peut y avoir recueil de données via des demandes de collaboration, ou alors le site bénéfice du travail d'une communauté constituée, ou encore utilise un retour des utilisateurs via un forum, des animations ou des demandes adressées aux gestionnaires du site.

- Mode de recherche : les contenus peuvent être accessibles par navigation (hyperlien), menus ou moyennant un formulaire de recherche. Certains sites combinent plusieurs de ces possibilités.

- Support technique : cette rubrique est de moindre importance pour un utilisateur non directement impliqué dans la réalisation du site. Les contenus peuvent être délivrés par des documents à télécharger (pdf, documents Word ou OpenOffice, etc.) ou à consulter sur le navigateur (pages html statiques ou dynamiques), voire enrichies d'animations (Flash, Javascript).

- Publicité : cette rubrique ne concerne pas non plus directement le contenu délivré. Toutefois, selon qu'il n'y ait pas de publicité, qu'elle soit discrète ou agressive, l'usage des ressources en est modifié.

- Critères de classement : ce sont les informations qui permettent à l'utilisateur de sélectionner les problèmes. La quatrième partie de l'article sera consacrée à cette importante rubrique.

Collection de problèmes « récréatifs » : Recreomath

Cette importante collection de problèmes, d'énigmes et de jeux (plus de 7500) bien connue est une réalisation personnelle d'un enseignent par ailleurs auteur de plusieurs livres. Elle se parcourt à l'aide d'hyperliens. Les problèmes sont à la fois classés par types (figure 1), séries et par thèmes (par exemple : Initiation à l'algèbre). Les problèmes sont accompagnés de leur solution.

Collection de problèmes scolaires

* *Pianetiproblemi*

Ce site offre près de 5000 problèmes (de type problèmes d'application) d'arithmétique et de géométrie pour l'école obligatoire. Il est réalisé par une équipe d'enseignants également impliquée dans le *Campionato italiano di problemi matematici*. Les problèmes sont disponibles via des liens sur des mots-clés notionnels ('angoli', 'apotema', etc.) ou via un formulaire de recherche original (figure 2) qui permet de combiner des mots-clés.

Les problèmes peuvent être travaillés en ligne et une solution est fournie en même temps que l'évaluation. Celle-ci ne peut être obtenue qu'après avoir rempli la zone de développement. L'ensemble peut être récupéré sous forme d'un fichier pdf.

1 Ces requêtes ont été effectuées à la fin de l'été 2018. Les sites mentionnés ont été consultés à la même époque..

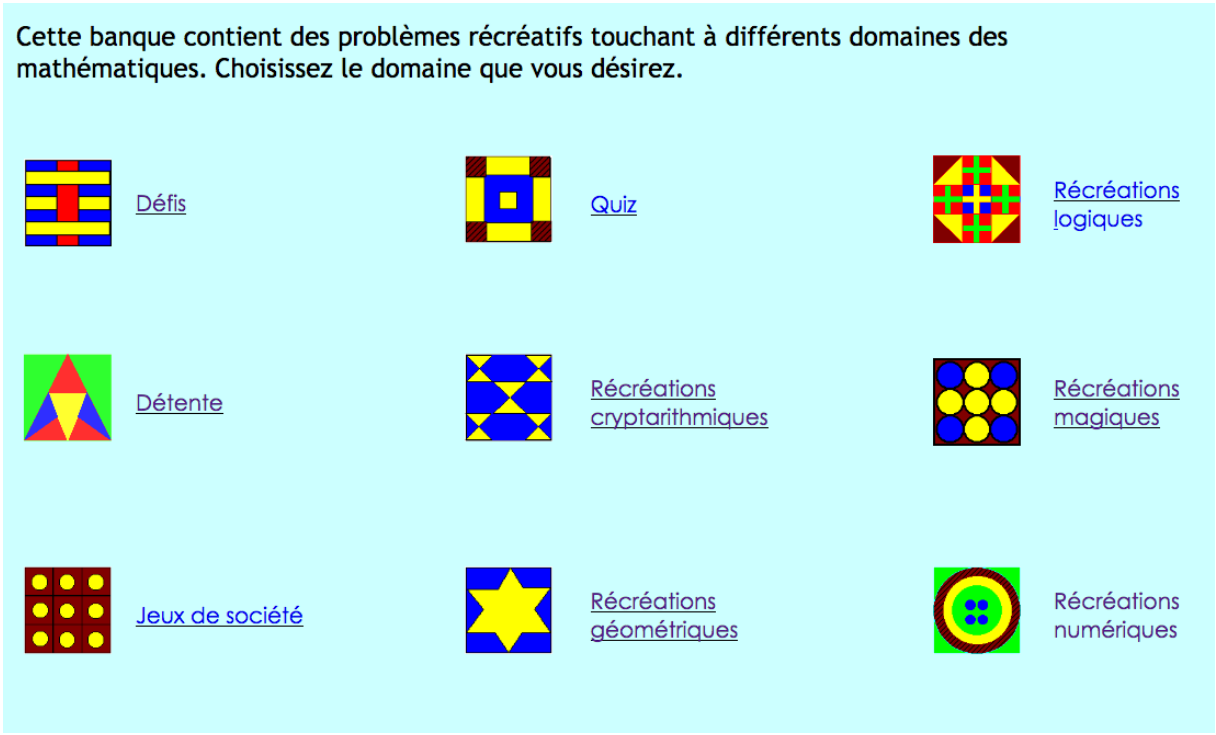


fig 1. Recreomath [http://www.recreomath.qc.ca/]

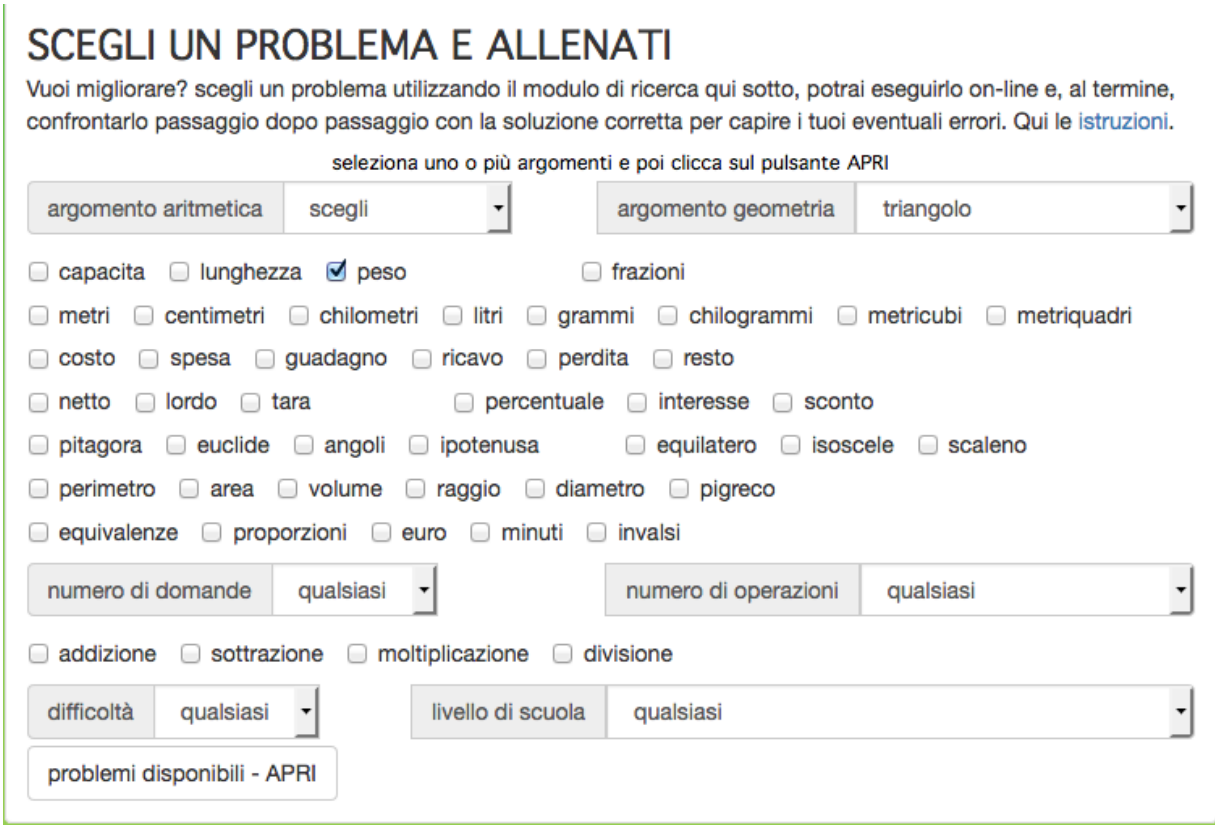


fig 2. Pianetiproblemi [https://www.pianetaproblemi.it/]

* *Gomaths*

Ce site est presque toujours en tête des listes proposées par Google. Il est dû à une initiative personnelle. Il a acquis une telle notoriété que son développement est soutenu par les autorités scolaires du canton de Vaud en

Suisse. Le site propose principalement des exerciseurs de calcul et des problèmes d'application (figure 3). Il est possible de répondre en ligne à une famille de problèmes avec une évaluation automatique ou alors de générer une liste de problèmes à l'imprimer.

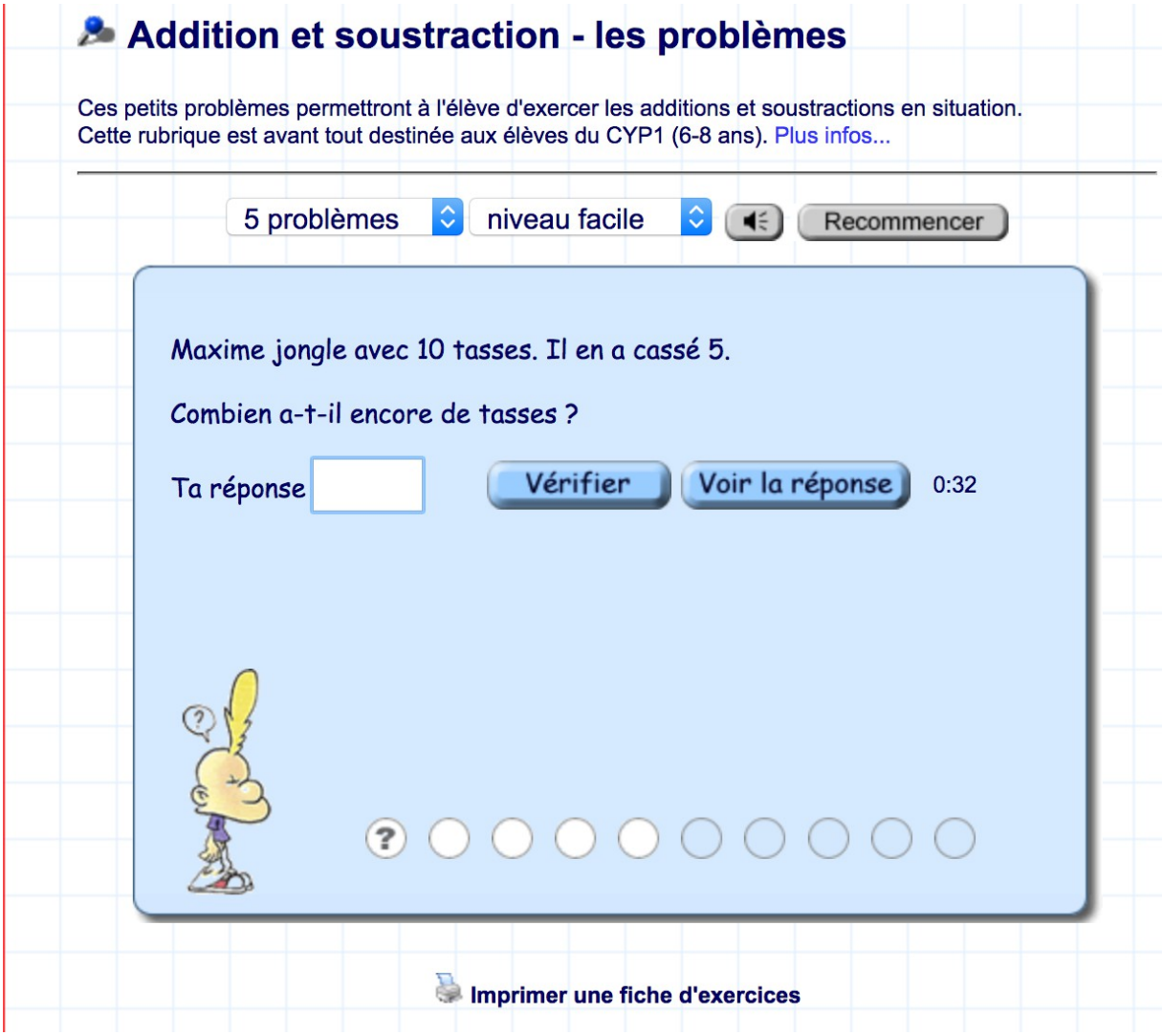


fig 3. Gomaths [http://www.gomaths.ch/prob.php , http://www.gomaths.ch/]

On trouve également de nombreux sites de ce type, mais de plus petite envergure, créés par des enseignants qui mettent à disposition leurs moyens personnels, souvent sous forme de fiches. Par exemple :

* *La classe de Mallory*[1]

Ce site offre l'image d'une pratique pédagogique basée sur l'apprentissage de types de problèmes. Sous la forme de fiches à imprimer, un premier problème est proposé suivi d'autres de même structure.

* *Mathematiques faciles* [https://www.mathematiquesfaciles.com/]

Ce site fait partie d'une galaxie de cours gratuits mis à disposition par Laurent Weber qui revendique 150 millions de visites par an. Il permet aux utilisateurs de créer des exercices, des tests, voire des cours complets.

Certains sites sont accompagnés de publicités discrètes. Par exemple *soutien67* dont l'interface adopte la métaphore du collège (figure 4) ou *educalire*[2].

A noter qu'une collection exceptionnelle de problèmes connue sous le nom de « *20,000 problems under the sea : mathematical treasure on the web* » est souvent citée. Mais elle ne semble (momentanément?) plus disponible ;

1 https://laclassedemallory.net/2017/10/24/banque-dexercices-en-resolution-de-problemes/
2 http://educalire.ch/accueil1.htm

le lien[1] sur le site est cassé. Bowron & Hall en ont fait une description qui se trouve parmi une longue liste[2] de références anglo-saxonnes réunies par Mary DeCarlo.

fig 4. Les salles de ressources [http://soutien67.free.fr/sommaire.htm]

Avec enrichissement via des interactions : Youmath

Ce site a l'ambition de couvrir la scolarité de l'école élémentaire à l'université. C'est un exemple de site start-up à visée commerciale. Sa particularité est qu'il offre une aide personnalisée sous la forme d'un forum. Par contre la présence d'une publicité agressive rend les pages proposant des problèmes et leurs solutions souvent illisibles.

Cours complets ou en devenir

* *Sesamath*[3]

L'association Sesamath s'adresse aux professeurs et à leurs élèves. Elle a pour buts de promouvoir l'utilisation des TICE dans l'enseignement des mathématiques, le travail coopératif et la co-formation des enseignants et d'offrir des services d'accompagnement des élèves dans leur apprentissage, tout cela dans un esprit de Service Public.

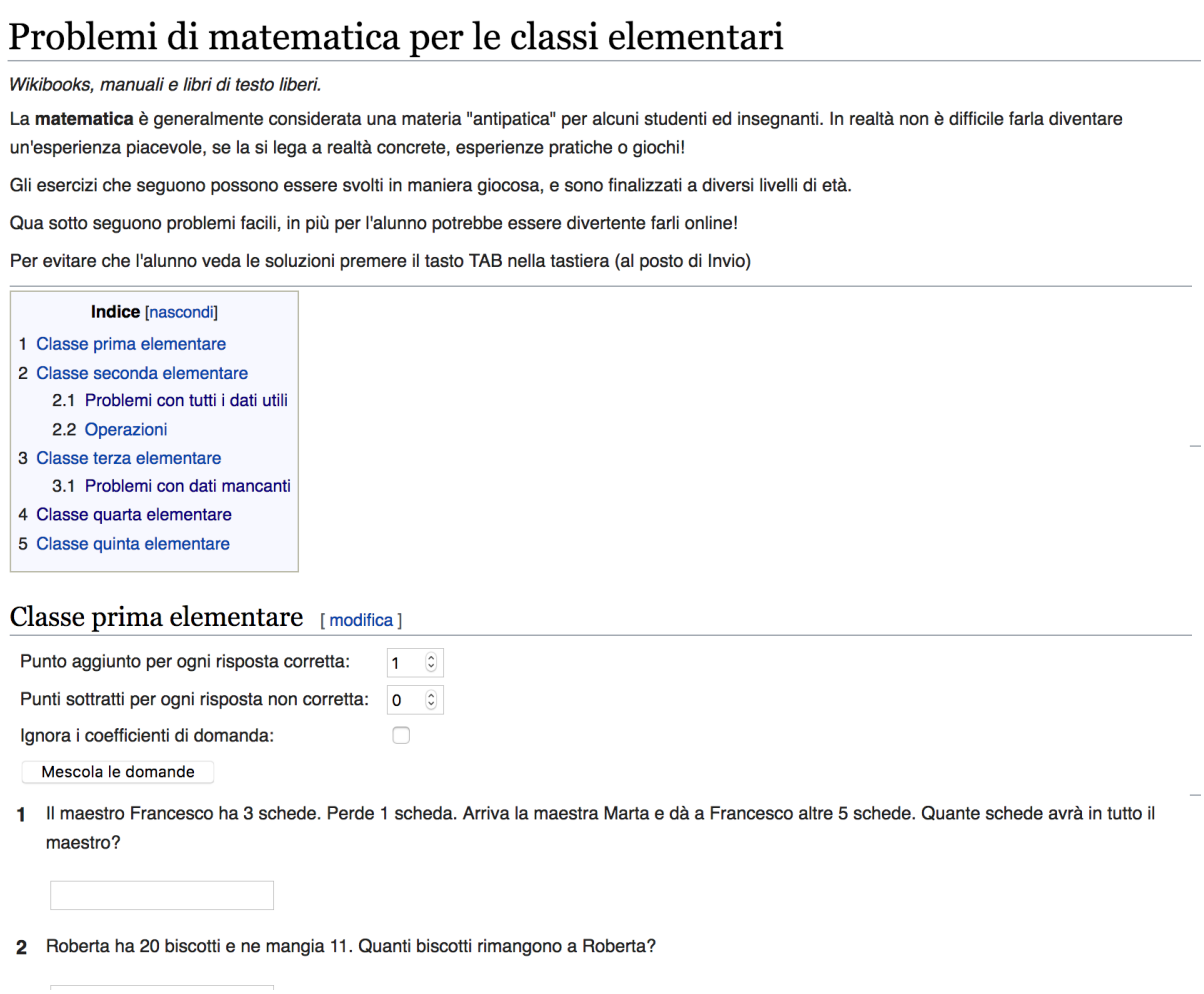
L'association diffuse des ressources numériques gratuitement sur Internet et favorise, dans la mesure du possible, des licences libres pour les documents et logiciels mis en ligne ainsi que des formats ouverts. Elle se finance en partie en réalisant et vendant des manuels papier.

C'est étonnement une référence qui n'est pas apparue dans les premières pages de nos requêtes.

* *Problemi di matematica per le classi elementari*

Ce travail semble plus informel et n'est encore qu'à ces débuts. Il offre un wiki est ouvert dans l'environnement *wikibooks* où en principe chacun peut contribuer (figure 5).

1 http://problems.math.umr.edu/index.htm
2 http://www.istl.org/03-summer/internet.html
3 http://www.sesamath.net/



Problemi di matematica per le classi elementari

Wikibooks, manuali e libri di testo liberi.

La **matematica** è generalmente considerata una materia "antipatica" per alcuni studenti ed insegnanti. In realtà non è difficile farla diventare un'esperienza piacevole, se la si lega a realtà concrete, esperienze pratiche o giochi!

Gli esercizi che seguono possono essere svolti in maniera giocosa, e sono finalizzati a diversi livelli di età.

Qua sotto seguono problemi facili, in più per l'alunno potrebbe essere divertente farli online!

Per evitare che l'alunno veda le soluzioni premere il tasto TAB nella tastiera (al posto di Invio)

Indice [nascondi]

1 Classe prima elementare
2 Classe seconda elementare
  2.1 Problemi con tutti i dati utili
  2.2 Operazioni
3 Classe terza elementare
  3.1 Problemi con dati mancanti
4 Classe quarta elementare
5 Classe quinta elementare

Classe prima elementare [modifica]

Punto aggiunto per ogni risposta corretta: 1
Punti sottratti per ogni risposta non corretta: 0
Ignora i coefficienti di domanda:
Mescola le domande

1 Il maestro Francesco ha 3 schede. Perde 1 scheda. Arriva la maestra Marta e dà a Francesco altre 5 schede. Quante schede avrà in tutto il maestro?

2 Roberta ha 20 biscotti e ne mangia 11. Quanti biscotti rimangono a Roberta?

fig 5. [https://it.wikibooks.org/wiki/Problemi_di_matematica_per_le_classi_elementari]

Théorie sur la résolution de problèmes

Plusieurs sites proposent des aspects théoriques sur la résolution de problèmes. Il s'agit alors davantage d'apprendre à résoudre des problèmes (lire les données, repérer les données essentielles, les données inutiles, etc.) que de l'enseignement basé sur des parcours d'apprentissage jalonnés de problèmes. *Alloprof*[1] est un exemple de site de ce premier type.

Problèmes de concours ou de rallye

Les requêtes 'concours' ou 'rallye mathématique' permettent de rassembler une assez grande quantité de compétitions mathématiques également répertoriées, pour ce qui concerne les compétitions en français, dans le bulletin *Panoramath 4* (Clément & Criton, 2006).

Ainsi, par exemple, le *Kangourou des mathématiques*[2] ou le *Rallye mathématique de l'académie de Lyon*[3] proposent les sujets du concours et des corrigés, voire quelques analyses de réponses.

Evaluation

Les grandes enquêtes évaluatives apparaissent également dans la liste des sites répertoriés. On y trouve des informations sur le programme PISA[4] (Programme for International Student Assessment) ou des monitorages nationaux tel que INVALSI (ou Prova Nazionale) mené en Italie par l'Istituto nazionale per la valutazione[5].

1 http://www.alloprof.qc.ca/BV/Pages/m1205.aspx
2 http://www.mathkang.org
3 http://rallye-math.univ-lyon1.fr
4 http://www.oecd.org/pisa/
5 http://www.invalsi.it/invalsi/index.php

Ces ressources se limitent en général aux publications des résultats. Les analyses statistiques sont globales avec seulement quelques problèmes offerts comme exemples.

En ce qui concerne le test INVALSI, si les problèmes eux-mêmes ne semblent pas directement (du moins pas facilement) accessibles, ils sont mis en partie à disposition (et même sous forme interactive) à une autre adresse[1].

L'offre : Conclusion

L'offre d'exercices et d'activités mathématiques sur Internet est étoffée et recouvre tous les usages possibles des problèmes mathématiques. Les enseignants peuvent trouver en ligne des fiches de théorie, des exercices d'entraînement ou de remédiation, des problèmes de mathématiques récréatives, etc. bien que la catégorie dépende souvent plus de l'utilisation qui en est fait en classe que d'une classification a priori. La plupart de ces ressources est mise à disposition gratuitement. Il existe aussi des offres commerciales ou mixtes. Du point de vue de la forme, il peut s'agir de documents classiques (fiches à imprimer) ou d'activités en ligne, les deux formes pouvant cohabiter, notamment pour les exercices d'entraînement au calcul ou les problèmes d'application.

A noter toutefois que si les problèmes sont parfois, et même assez souvent, accompagnés de solutions (parfois sous forme interactive), il ne sont pas en général accompagnés d'une analyse détaillée. Ou alors les données des problèmes qui bénéficient d'une analyse statistique (et parfois d'une analyse d'erreurs) ne sont pas disponibles faisant l'objet de diffusion restreinte (PISA, par exemple). De ce point de vue, la BP-ARMT semble présenter une caractéristique propre.

La BP-ARMT est aussi construite avec une conception de l'apprentissage basée sur la résolution de problèmes alors que généralement c'est plutôt l'entraînement à résoudre des problèmes type qui est développé. Une autre distinction à relever est que les problèmes de l'ARMT sont conçus pour être résolus par groupes, sans intervention de l'enseignant, avec une première tâche collective d'appropriation de la situation (ou de décontextualisation).

Sans entrer dans les détails des critères de classification, l'accès aux ressources se fait par navigation ou par menu, rarement par formulaire de recherche. Les deux possibilités offertes par la BP-ARMT sont plutôt rares. Il faut toutefois signaler que la recherche par formulaire proposée initialement pour la BP-ARMT était peu appréciée (surtout lorsque la recherche se fait sur téléphone mobile) et que la recherche par navigation a été instaurée à la suite d'un atelier consacré au sujet lors de la rencontre de Siena en 2014.

Certaines références attendues comme les pages de Thérèse Eveilleau[2] ou du « Matou matheux[3] » ne figurent étonnement pas dans les résultats directement accessibles (les quelques premières pages). C'est peut-être un souhait de leurs responsables de limiter les accès des « crawleurs » à ces ressources.

Quelle utilisation de cette offre ?

Un constat et des hypothèses

Il faut tout d'abord constater qu'il n'y a quasiment pas de travaux analysant la façon dont les enseignants recherchent de l'information sur Internet. Les travaux de recherches se concentrent davantage sur l'usage des ressources électroniques dans l'enseignement en omettant la première étape qui consiste à obtenir ces ressources. Quelques constats et hypothèses peuvent toutefois être formulés à partir de notre propre expérience et d'enquêtes menées à cinq années d'intervalle auprès d'enseignants de Suisse romande (Pochon & Vermot, 2010 ; Kassam, 2015). Des demandes à ce sujet auprès d'autres collègues n'ont pas abouti.

Notons tout d'abord que rechercher des bons problèmes sur Internet est un travail relativement astreignant. Les moteurs de recherche généralistes sont peu adaptés pour ce travail et malgré l'abondance des résultats, il y a peu de ressources qui correspondent à un besoin particulier (niveau, notation, etc.). Par ailleurs, les modes de fonctionnement des sites sont disparates. De plus, il est souvent difficile de percevoir l'ensemble et la cohérence du matériel mis à disposition. Cela demande une bonne connaissance de la ressource. Jacques Perriault[4] faisait déjà cette remarque à l'époque de l'utilisation des disquettes.

Ne possédant pas de données en suffisance, nous ne pouvons qu'émettre quelques hypothèses pour caractériser la situation.

- Les enseignants internautes dans leur pratique courante se limitent le plus souvent à la consultation de un ou deux sites auxquels ils sont habitués.

1 https://www.engheben.it/prof/materiali/invalsi/prove_invalsi.htm

2 http://therese.eveilleau.pagesperso-orange.fr/

3 http://matoumatheux.ac-rennes.fr/accueil.htm

4 Communication personnelle.

- Les sites qu'ils privilégient sont des sites officiels ou semi-officiels ou recommandés (et répertoriés). Ils correspondent à leur programme ou en sont proches. Ils peuvent accompagner un moyen d'enseignement officiel comme par exemple le site accompagnant les moyens de mathématiques des degrés 9 à 11 de Suisse romande. Les plateformes mises à disposition des enseignants par l'institution scolaire proposent aussi souvent un choix de ressources plus ou moins évaluées.

- Ce qui semble être un attrait, ce sont les problèmes avec des commentaires didactiques et la mise à disposition de documents imprimables ou projetables. C'est ce que l'on peut déduire des deux enquêtes déjà citées effectuées par l'IRDP.

Intérêt d'internet du point de vue de la publication

La diffusion de documents, en particulier pédagogiques, sur Internet, présente plusieurs avantages par rapport au mode de faire classique. Un argument souvent cité est que cela permet de proposer des documents qui évoluent (corrections, enrichissements, etc.).

Ce point n'est pas vraiment à discuter. Si, dans un premier temps, il fallait disposer d'une certaine infrastructure et de connaissances techniques pour gérer un site web, la mise à disposition de systèmes de gestion du contenu (CMS), wiki, forum, etc. permet à chacun d'intervenir sur des contenus en ligne.

Un autre argument concerne les possibilités accrues de partage et de collaboration. Cela paraît plausible, mais il vaut la peine d'y porter un regard plus attentif, ce que nous ferons par la suite.

Finalement, un troisième argument, davantage technique, évoque des possibilités accrues de recherche des documents, voire tout simplement rendues possibles. Plusieurs critères de classements, pas nécessairement hiérarchisés (comme l'est la classification décimale universelle), peuvent être adoptés pour un même corpus. Cet argument sera également développé ultérieurement.

Possibilités de partage et de collaboration

Si les possibilités de partage sont bien présentes, leur réalité reste à examiner au-delà de la communication intense générée par les réseaux sociaux. Évoquons quelques tentatives de partage.

* Partage par « Social bookmarking » : cette pratique théorisée sous le terme de *folksonomie*[1] propose la mutualisation de l'indexation des ressources.

Cette méthode est évoquée par Michèle Drechsler (Drechsler, 2007) qui constate, et elle n'est pas la seule, que les moteurs de recherche généralistes ne permettent pas de trouver de bonnes ressources. Cette observation rejoint les hypothèses faites précédemment. Cette solution aurait l'avantage de compléter les mises à disposition d'adresses par des sites institutionnels ou plus généralistes[2]

* Moteurs de recherche spécifiques : Un internaute[3] montre comment utiliser un outil[4] de Google pour créer un moteur de recherche (nommé *Moteur de recherche 100% maths*) limitant les recherches sur des sites pré-sélectionnés.

* Partage de ressources personnelles sur réseaux sociaux spécialisés : Sur Thot Cursus un article[5] présente une expérience menée par Laurent Dubois à l'université de Genève. Le propos est de créer un *Réseau social pour enseigner les sciences à l'école primaire*.

Un regard sur ces propositions montre que leur mise en pratique n'est pas aisée. Le site de « Social bookmarking » est peu fréquenté, le *Moteur de recherche 100% maths* fait une démonstration qui n'est pas achevée. Par ailleurs, le lien[6] sur le *Réseau social pour enseigner les sciences à l'école primaire* est brisé. Contacté, Laurent Dubois évoque la plus grande attraction des réseaux sociaux généralistes et du contact direct.

Ces tentatives plus ou moins en échec interpellent le projet de la banque de problèmes de l'ARMT. Il est difficile de faire vivre une communauté d'intérêt de façon purement « virtuelle ». C'est un fait déjà constaté à l'époque des anciennes « nouvelles technologies » (Rheingold, 1993, Pochon, 2003). Par ailleurs, il faut une certaine masse critique pour qu'une plateforme d'échange (forum, blog, réseau social, etc.) fasse l'objet de consultations régulières de la part des personnes intéressées. Le site *mathematiquesfaciles.com* avec sa galaxie de cours semble bénéficier de cette masse critique. C'est également le cas de *sesamath.*

1 Terme forgé à partir de folk et taxonomie (https://fr.wikipedia.org/wiki/Folksonomie)

2 http://eduscol.education.fr/maths/enseigner/ressources-et-usages-numeriques.html

3 http://www.inclassablesmathematiques.fr/archive/2011/04/27/moteur-de-recherche-100-maths.html

4 https://developers.google.com/custom-search/

5 http://cursus.edu/article/3530/reseau-social-pour-enseigner-les-sciences/#.WXmgtIWpdZc

6 http://educasciences.ning.com/

Les réalisations dues à des initiatives personnelles font souvent appel à des collaborations mais ces appels sont assez peu entendus ou difficilement gérables. Il est tout autant difficile aux contributeurs occasionnels d'adopter les conventions du créateur qu'à celui-ci d'admettre de nouvelles manières de faire.

Usage : conclusion

La banque de problème de l'ARMT qui repose sur le travail de la communauté : groupes de travail, sections et comités de l'association, semble posséder les conditions nécessaires qui permettent une utilisation élargie. Par contre, le processus manque encore de dynamisme, d'un souffle qui permette de passer d'une situation d'archivage à un corpus en évolution grâce aux apports de divers publics. Il est actuellement possible d'envoyer des messages aux gestionnaires de la base directement. Cette possibilité est encore peu exploitée. Elle devra faire l'objet d'une évaluation avant d'ouvrir un dispositif plus interactif (du type forum de discussion).

Il ne faut pas oublier que l'objectif du rallye n'est pas à proprement scolaire. Pour de nombreux participants, enseignants et formateurs, l'accent de l'effort est mis sur la réalisation des problèmes, leur correction, l'analyse des productions et l'organisation de la compétition, plus proche de leur pratique habituelle.

Systèmes de classification de problèmes mathématiques

Les systèmes de classification d'un ensemble de problèmes sont multiples. Leur adoption peut dépendre du but pour lequel les problèmes sont rassemblés en un corpus : enseignement (selon divers paradigmes), recherche en didactique (effet de l'habillage, de la présentation ou de la forme de l'énoncé), évaluation, etc.

Systèmes de classement possibles

Dans le cadre de EVAPM et de la banque de problèmes EVAPMIB, Antoine Bodin (Bodin, 2009) a relevé les diverses manières rencontrées dans la littérature, principalement relative à l'évaluation, pour classer des problèmes de mathématiques. Avec quelques adaptations, nous reprenons cette liste de critères dans laquelle des définitions utiles peuvent être puisées.

Les quatre premiers critères, bien que nécessitant des précisions, sont relativement faciles à décrire. Les suivants plus délicats.

Classement par types de problèmes ou d'exercices

Cette classification peut intervenir dans un vaste corpus de problèmes en distinguant les exercices d'exposition (pour introduire à un domaine), les problèmes de recherche, les exercices d'application (pour éprouver les notions étudiées) ou d'entraînement, etc.

Classement par la forme des questions

Ce critère peut aussi se rencontrer dans de vastes collections de problèmes, principalement d'évaluation. Il concerne la façon dont les solutions sont formulées : réponses courtes ou développées, QCM, etc.

Classement selon l'âge ou le niveau scolaire

Ce critère ne présente pas de difficulté à établir, mais il peut varier selon les pays et les programmes scolaires. Pour mémoire, l'introduction du programme HARMOS en Suisse introduit quelques confusions (la catégorie 3 du Rallye mathématique transalpin s'adresse aux classes du niveau 5 selon la numération HARMOS).

Classement selon la difficulté

Que la difficulté soit exprimée en pourcentage de réussite ou selon une échelle issue de la théorie des réponses aux items (IRT- Item response theory), ce critère ne présente en principe pas de difficulté objective. Toutefois, il entre en interaction avec le critère précédent et également au vécu scolaire antérieur du public visé.

Classement par contenus mathématiques

Ce critère a besoin de précision. Il peut s'agir, et c'est souvent le cas, du domaine mathématique concerné : arithmétique, algèbre, géométrie, analyse, probabilités. Ce critère peut être précisé par des sous-domaines : géométrie synthétique, géométrie analytique, géométrie différentielle, etc. Les notions mathématiques (équations bi-carrées, produit scalaire, …) peuvent aussi servir à décrire un contenu lorsque les problèmes sont des énoncés avec peu d'habillage.

Il peut aussi s'agir du choix de différents thèmes sans forcément viser à l'exhaustivité. Ainsi, dans le cas de EVAPMIB, dix thèmes sont retenus, par exemple : Constructions géométriques ; Connaissance et utilisation des théorèmes en géométrie ; Connaissance des nombres - calcul numérique ; Proportionnalité et situations affines.

Le consortium PISA propose un classement en cinq thématiques : Variations et croissance ; Espace et formes ; Raisonnement quantitatif ; Incertitude ; Indépendances et relations.

Les huit problématiques définies par l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement publique (APMEP) en France partagent en partie la même idée en insistant davantage sur ce que les questions permettent de résoudre que sur les outils mathématiques qui sont mobilisés. Par exemple : Repérage ; Mesure de grandeurs avec précision, Approximation ou incertitude ; Techniques algorithmiques ; Conjectures, preuves, réfutations et validations.

Classement selon les objectifs contrôlés

Lorsqu'il s'agit d'évaluation, il peut être utile de posséder des familles de problèmes susceptibles de contrôler un objectif d'apprentissage. Une famille de près de mille objectifs sert à indexer les problèmes de la base EVAPMIB.

Par exemple : *Caractériser le triangle rectangle par la médiane relative à l'hypoténuse*. Ou encore : *Connaître l'axe de symétrie de la figure formée par une droite et un cercle*.

Classement selon les activités et les processus sollicités

Le consortium PISA propose sous le nom de « processus » (avec différentes appellations selon les années) une typologie des différents types d'activités mathématiques qu'un problème peut déclencher. Les processus mathématiques décrivent ce que font des individus pour établir un lien entre le contexte du problème et les mathématiques, et donc, pour résoudre le problème, ainsi que les capacités qui sous-tendent ces processus.

Cette typologie comporte les catégories suivantes (Bodin & al, 2016) :

La pensée et raisonnement mathématique ; Argumentation, Communication, Modélisation ; Création et résolution de problèmes ; Représentation ; Utilisation d'un langage et d'opérations de nature symbolique, formelle et technique ; Utilisation d'outils et d'instruments.

Dans le même ordre d'idée Régis Gras (Gras, 1977, cité par Bodin 2009) a proposé une liste de dix types d'activités qui sont autant d'amorces de descriptions de tâches liées à la résolution de problèmes (par exemple : tâches de type calculatoire, classificatoire, logique, etc.).

Classement selon la complexité

En suivant Bodin dans le document cité ont peu principalement distinguer deux types de complexité :

- la complexité liée à l'énoncé qui mêle le niveau langagier de l'énoncé et les représentations qu'il génère (les modèles selon l'appellation de Grize). Un exemple est donné par l'utilisation du mot « plus » dans des problèmes dont la solution est donnée par une soustraction.
- la complexité cognitive qui concerne le niveau de l'activité mentale sollicitée, de l'automatisme à la création.

Les taxonomies d'objectifs organisées par ordre de complexité ne manquent pas. La taxonomie de Bloom[1] est la première à laquelle on peut faire référence. Mais elle n'est pas adaptée aux mathématiques. Régis Gras en a fait une version pour les mathématiques au niveau de l'enseignement secondaire. Les cinq grandes catégories en sont : A :Connaissances de base ; B : Analyse et traduction ; C : Compréhension ; D : Synthèse et créativité ; E : Critique et évaluation. Chaque catégorie se décompose en différentes actions. Par exemple pour la catégorie B (Analyse et traduction) les verbes introduisant les sous-catégories sont : décomposer, repérer les éléments, changer de forme, modifier.

Le classement par « classes de compétence » en six niveaux[2] adopté par le consortium PISA qui tient compte du niveau de mathématisation attendu, n'est pas fondamentalement différent.

Une classification peu usitée, à cheval entre contenu et complexité, est la classification selon la structure mathématique. Cela rejoint l'organisation des anciens manuels scolaires : problème de proportionnalité directe, inverse, etc. Un tel classement doit être ajusté finement aux connaissances supposées des élèves donc à leur âge connaissant le cursus dans lequel ils s'inscrivent.

1 Voir par exemple http://sophieturpaud.com/2015/02/10/comment-definir-un-objectif-pedagogique-en-formation/ Tax-Bloom.png

2 http://www.oecd.org/pisa/test-fr/

La typologie de Vergnaud (1981) sur les problèmes additifs peut aussi s'apparenter à une classification par structure mathématique lorsque l'on distingue le nombre comme état ou comme opérateur[1].

Systèmes de classement trouvés sur le web

Les collections de problèmes trouvées sur le web n'exploitent pas toutes les systèmes de classifications possibles. C'est principalement par contenu, thèmes ou chapitres scolaires qu'elles sont organisées. Par exemple : calcul mental, géométrie. Plusieurs niveaux peuvent être utilisés : géométrie / carré.

Le deuxième critère de classement presque toujours utilisé est de façon évidente le niveau scolaire ou l'âge.

Finalement dans le cas des concours, ce sont les feuilles d'épreuve (ou sujets) qui sont proposés. On a également vu des problèmes regroupés par la structure de leur résolution (problèmes isomorphes).

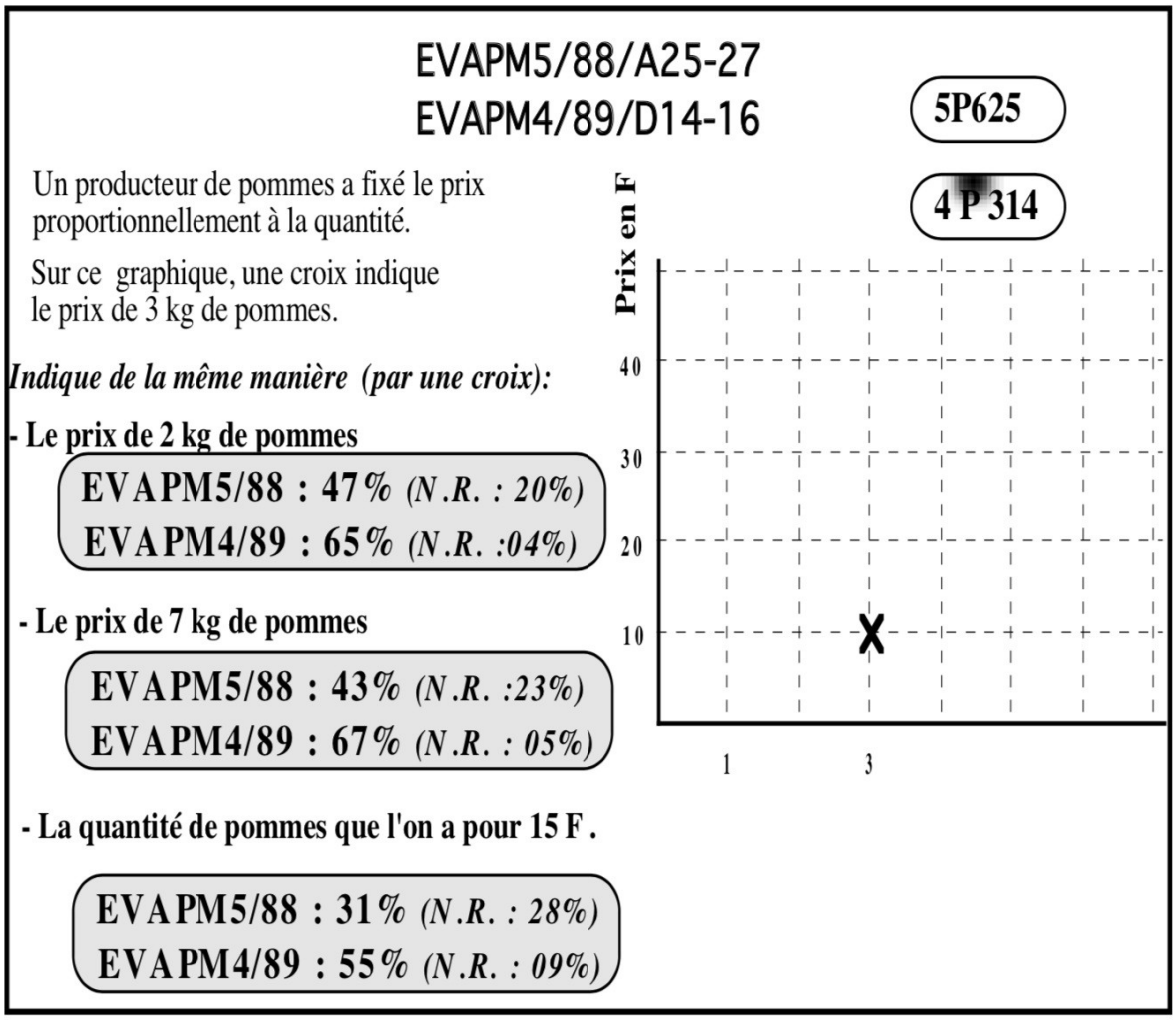


fig 6. Une question de la banque EVAPMIB avec les résultats

Systèmes de classement des projets EVAPMIB et HARMOS

Deux systèmes de classement auxquels nous nous sommes intéressés et qui n'apparaissent pas ou très discrètement sur Internet sont ceux proposé par l'observatoire EVAPM et par un groupe de réflexion conduit par l'IRDP à propos des épreuves de monitorage HARMOS[2].

1 On trouve sur Internet le document *banque_de_problemes_selon_la_typologie_de_vergnaud.pdf* dont le nom est explicite. Il contient une petite centaine d'énoncés de problèmes.

2 HARMOS désigne un processus d'harmonisation de la scolarité obligatoire en Suisse (durée, organisation, etc.) avec notamment une future mise sur pied d'évaluation des compétences en langue, sciences et mathématiques à l'issue des trois cycles d'enseignements (4-7 ans, 8-11 ans, 12-14 ans).

La méthodologie adoptée par l'observatoire EVAPM est disponible sur le web[1], mais pas les problèmes. Ceux-ci étaient rassemblés initialement dans un système Hypercard et sont actuellement toujours à disposition sur CD-ROM dans un nouvel environnement. Quant à la réflexion sur les épreuves collectives du groupe de réflexion HARMOS, elle n'a finalement pas été retenue, des procédures de classement statistiques étant plus à même de répondre aux objectifs de l'épreuve.

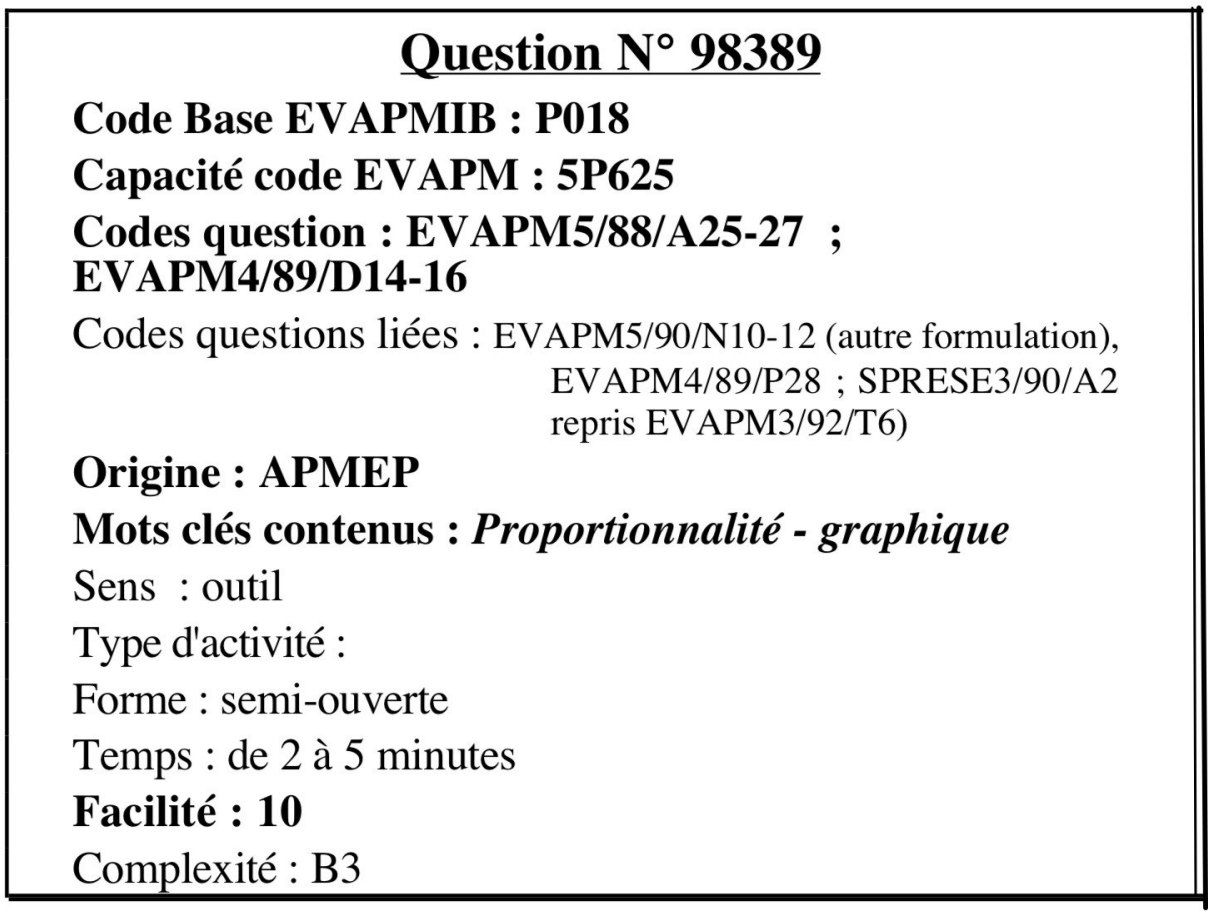
Cas de l'observatoire EVAPM

Les figures 6 et 7 reprises de Bodin et Couturier (1993, 2004) illustrent par un exemple les typologies décrites précédemment.

La figure 6 présente la question avec les taux de réussite, alors que la figure 7 donne la fiche sur laquelle figure le niveau de complexité cognitive codé B3 et l'objectif contrôlé classé selon la taxonomie de R. Gras sous le code 5P625.

B3 : *Traduction d'un problème d'un mode dans un autre avec interprétation*

5P625 : *Compléter un graphique représentant une situation de proportionnalité, les données étant partiellement fournies.*



Question N° 98389

Code Base EVAPMIB : P018

Capacité code EVAPM : 5P625

Codes question : EVAPM5/88/A25-27 ; EVAPM4/89/D14-16

Codes questions liées : EVAPM5/90/N10-12 (autre formulation), EVAPM4/89/P28 ; SPRESE3/90/A2 repris EVAPM3/92/T6)

Origine : APMEP

Mots clés contenus : *Proportionnalité - graphique*

Sens : outil

Type d'activité :

Forme : semi-ouverte

Temps : de 2 à 5 minutes

Facilité : 10

Complexité : B3

fig 7. La fiche associée à la question

Classification « HARMOS »

Le groupe de réflexion lié au cycle 3 (élèves de 12 à 15 ans) dans le cadre du projet de monitorage de HARMOS envisageait une classification selon les deux dimensions représentées dans la figure 8.

Le première dimension (les têtes de colonnes) concerne de façon relativement habituelle le domaine mathématique, chacun étant subdivisé en sous-domaines. La deuxième dimension est constituée d'une liste de compétences générales subdivisées parfois en sous-rubriques.

1 https://www.apmep.fr/-Observatoire-EVAPM

Partant du fait que les problèmes dépassaient le niveau de simples applications, l'originalité de la classification adoptée était de marquer pour chaque problème les compétences, domaine par domaine, ce que la résolution du problème permettait de mettre en évidence. Ainsi chaque problème reçoit une liste de codes. A titre d'exemple, le problème 19 de la deuxième épreuve du 18e rallye (Le pré du père François) est décomposé selon cette grille dans la figure 8. Le code A.03 (1) indique qu'un aspect facile (niveau 1) de terminologie concernant le domaine *Grandeur et mesure* est un observable du problème.

Ainsi le but de cette classification n'était pas d'assigner à chaque problème l'évaluation d'une compétence ou de marquer un savoir acquis mais de signaler ce que le problème permet d'observer. Le problème de l'évaluation viendrait dans un deuxième temps en choisissant les problèmes sur la base des caractéristiques établies.

Le travail qui aurait dû se poursuivre en étudiant la manière de pondérer les différents scores et la faisabilité du projet. Cela n'a pas été mené à terme. Des méthodes plus globales (IRT multifactorielle) ont été adoptées.

Classement des problèmes du RMT

Les informations disponibles

Rappelons rapidement les informations formant la fiche papier (en opposition à la fiche électronique insérée dans la banque de problèmes) de chaque problème. Outre le titre, l'énoncé du problème et la catégorie d'élèves auxquels il est destiné, il y a l'importante analyse a priori comportant le domaine de connaissances[1] et l'analyse de la tâche selon la tradition didactique présentée par Roland Charnay (Charnay, 2003) ou Michel Henry et collègues (Henry, Almouloud, Mendonça Campos, 2006) et les critères de correction. Les problèmes qui sont jugés les plus intéressants font l'objet ultérieurement, dans la limite des forces disponibles, d'une « analyse a posteriori » (examen des résultats chiffrés, analyse des erreurs, procédures utilisées, ...). Ce travail complémentaire peut être mené par divers chercheurs. En principe il est géré par des groupes de travail de l'ARMT, chacun lié à un domaine de connaissance (Opération, Géométrie plane, etc.), auquel le problème a été attribué, l'attribution se faisant en fonction du domaine de connaissances jugé principal du problème.

Par ailleurs, les résultats de la passation sont disponibles sur l'ensemble des sections.

Le contenu de la banque

Les fiches électroniques reprennent ces informations de la façon suivante :

Tout d'abord le problème est associé à un domaine conceptuel principal (qui correspond au groupe qui le gère). Le problème peut également être associé à des domaines jugés secondaires.

Lors des travaux préparatoires de la valorisation des travaux effectués dans le cadre de l'ARMT, les domaines conceptuels qui reprennent les « grands » chapitres de l'éducation mathématique se sont d'abord imposés dans la mesure où des groupes de travail se répartissent l'analyse des problèmes ainsi.

Puis l'utilisation de sous-domaines (par exemple dans le domaine des opérations, les opérations avec les nombres entiers) dans une perspectives hiérarchisation était envisagée. Cette classification a été abandonnée de même que l'univocité primitivement adoptée (un problème n'appartenait qu'à un seul domaine/sous-domaine/...), ceci pour répondre aux mieux à l'usage des problèmes dans le cadre du RMT.

En effet, les problèmes sont complexes et ne sont pas liés à un chapitre particulier de mathématiques. Ils n'imposent pas directement la méthode de résolution et les outils adéquats. Ils ne sont pas calibrés par rapport à un programme de mathématiques comme le sont les problèmes d'évaluation dont la fonction est de contrôler l'usage et la maîtrise, par les élèves d'un élément de connaissance lié à un objectif pédagogique bien défini d'un niveau de complexité donné.

Toutefois, le domaine mathématique est complété par les concepts mathématiques évoqués dans l'énoncé et utilisés dans la résolution. Ils sont repris en grande partie du domaine de connaissances de l'analyse a priori (par exemple : aire, triangle, nombre pair, etc.).

1 La liste contient des concepts et des actions, par exemple : « comparaison d'aires par découpage et recomposition » ou « organisation d'un dénombrement ». La version électronique sépare ces deux types d'information.

Le pré du père François (18.II.19)	**01. Géométrie** 1.Géométrie synthétique 2.Propriétés des figures 3.Transformations	**02. Nombres et opérations** •4. Ensembles •5. Propriétés et priorités des opérations •6. Algorithmes •7. Arithmétique	**03. Grandeurs & mesures** •8. Calcul de dimensions •9. Pythagore •10. Trigonométrie du triangle rectangle •11. Grandeurs fondamentales et composées	**04. Fonctions et calcul littéral** •12. Proportionnalité •13. Etude de fonctions •14. Représentation de fonctions •15. Equations	**05. Analyse de données** •16. Lecture, organisation et tri •17. Critiques •18. Représentations	**06. Habillage**
Appropriation			A.03 (1)			
A1. Terminologie						
A2. Ecriture						
A3. Langage						A3.06 (2)
B. Modélisation	B.01 (1)			B.04 (2)		
C. Raisonnement						
C1. Invention						
C2. Cheminement				C2.13 (1),C2.15 (1)		
C3. Déduction						
D. Utilisation de techniques				D.13 (1), D.15 (2)		
E. Instrumentation						
E1. Outils traditionnels						
E2. Aide-mémoire						
E3. Calculette						
E4. Ordinateur						
F. Interprétation et critique des résultats	F.01 (1)			F.04 (2)		
G. Communication						
G1. Terminologie math						
G2. Ecriture math.						
G3. Structure						

fig 8. Indexation possible du problème « Le pré du père François » (Problème 19 de l'épreuve II du 18e rallye)

L'analyse de la tâche de l'analyse a priori, parfois revue en fonction de l'analyse a posteriori, est également reprise dans la fiche électronique. Elle rend compte de la manière dont les notions peuvent être mises en jeu.

Cette analyse fait également l'objet d'un résumé. Ces résumés servent de point de départ à une classification par « tâches » qui sera décrite ultérieurement.

Les résultats, avec les critères d'attribution des points, constituent aussi une information figurant sur la fiche électronique. Ils peuvent être suivis d'une analyse des erreurs, de recommandations ou propositions pour l'utilisation en classe. Finalement, une rubrique propose des prolongements de l'activité et des analyses plus élaborées.

Avec chaque problème, le numéro du rallye dont il fait partie est enregistré. De même que l'épreuve (I, II ou finale) et sa place dans l'épreuve[1]. Les catégories allant de 3 à 10 (élèves de 8 à 15 ans) indiquent le degré scolaire des élèves auxquels le problème est destiné. Habituellement les problèmes font partie de plusieurs catégories.

A noter que certaines rubriques peuvent être momentanément absentes n'étant pas rédigées ou parce que les informations n'ont pas été conservées (notamment les résultats aux épreuves des premiers rallyes). Ces fiches sont relativement brèves. Les développements qui ont parus dans des revues, la gazette de Transalpie ou des études ad hoc sont référencés dans une bibliographie.

Critères de recherche

En définitive les problèmes sont classés par épreuve et rallye, catégorie, domaine conceptuel et tâches ce qui constitue autant de critères de recherches.

De plus, une indexation s'opère également sur les concepts et les mots des titres des problèmes.

Le classement par « tâches » issu de l'analyse de la tâche sera mieux décrit ultérieurement après que la notion de tâche soit précisée. La formulation des « tâches » reste un exercice difficile. Si elle peut s'inspirer en partie du modèle des activités de R. Gras (1977) adopté par la banque EVAPMIB[2], les problèmes de la BP-ARMT, plus complexes, ne se laissent pas facilement décrire par une simple action (dans le sens décrit plus loin) mathématique (une addition, une résolution d'équations, etc.).

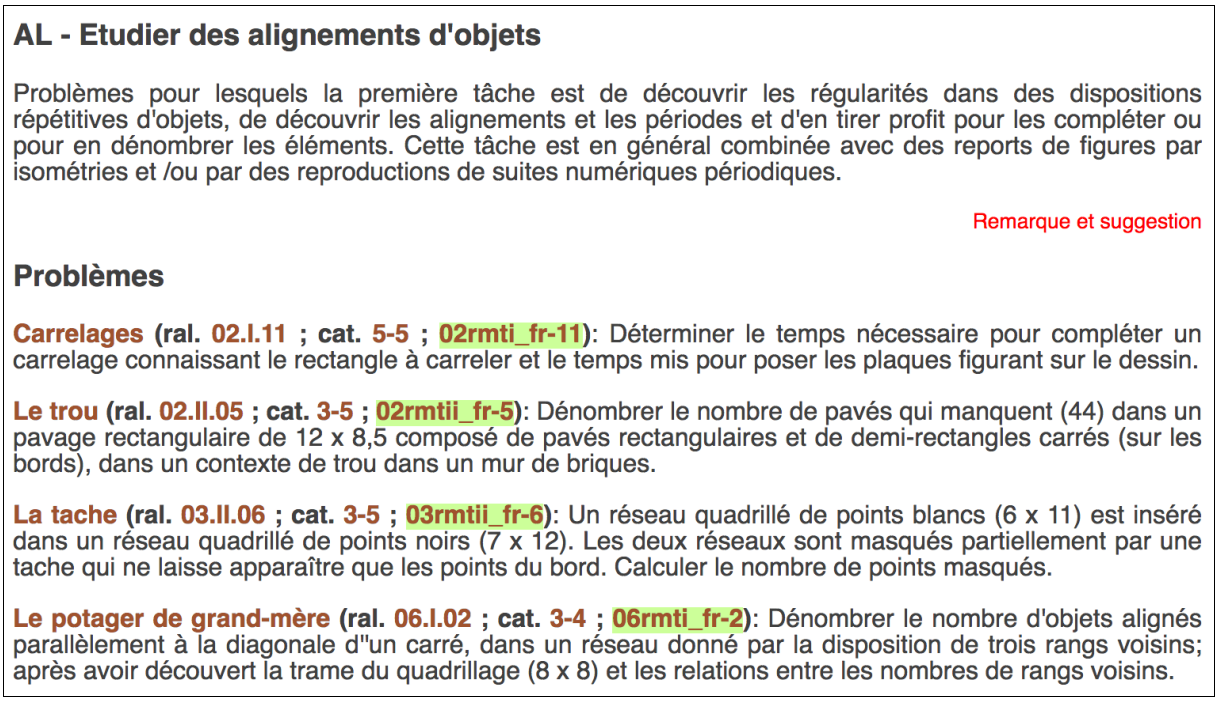


fig 9. Familles des problèmes liées à la tâche AL – Etudier des alignements d'objets

1 Le 4e problème de la deuxième épreuve du 12e rallye est noté 12.II.04.

2 Des travaux menés à l'IRDP pour créer une banque d'items (Margot, 1984) offrent également un catalogue de tâches de base en mathématiques scolaires.

Pour le moment, retenons que les familles de problèmes associées à une « tâche » sont décrites par un code, un titre et une description (figure 9). Cette dernière devrait permettre de percevoir globalement le type ou la catégorie d'actions que l'élève aura à accomplir pour résoudre le problème ».

Chaque tâche peut être associée à un domaine conceptuel particulier, mais il n'y a pas de lien de dépendance stricte.

Systèmes de classification : conclusion

En définitive les banques consultées sur Internet présentent peu de diversité quant à la manière de classifier des problèmes. Les classifications selon le domaine ou le niveau prédominent. Les anciens travaux en matière d'analyse de problèmes ne semblent pas être mis à profit. Il n'est pas impossible que les facilités offertes par l'indexation des moteurs de recherche paraissent suffisantes. Ce qui selon d'autres remarques est notoirement une illusion.

Par ailleurs, les travaux théoriques actuels sont davantage consacrés à l'étude de modèles et de techniques statistiques sophistiqués (IRT multifactorielle, par exemple) qui évidemment ne conviennent pas dans le cas présent.

Nous nous sommes donc surtout appuyés sur les travaux plus anciens de l'observatoire EVAPM et de l'IRDP et des réflexions propres menées dans le cadre de l'ARMT.

Si les différents critères de classement de la BP-ARMT sont en partie redondants (ce qui reste à vérifier), ils en permettent l'accès selon différents types d'usages. Cette redondance agilise également l'accès par navigation qui est préféré à l'utilisation d'un formulaire de recherche.

L'index constitué sur les mots du titre (et prochainement du résumé, voire de l'énoncé) permet de retrouver un problème particulier dont on se souvient du thème.

Pour les analyses et une utilisation didactique, la classification par tâche paraît importante (voir l'article de François Jaquet, dans ce numéro, Houdement, 2015). Finalement, Les mots-clés du domaine mathématique permettent de trouver des problèmes mettant en oeuvre une notion mathématique particulière.

En utilisant le formulaire de recherche, le croisement de différents critères permet de préciser les « tâches » selon l'âge des élèves.

A propos de la notion de tâche

> Qu'est-ce donc que le temps ? Quand personne ne me le demande, je le sais ; dès qu'il s'agit de l'expliquer, je ne le sais plus. (Saint-Augustin, Confessions)

Un concept polysémique

Tout le monde comprend ce qu'est une tâche, mais chacun en possède sa propre perception : Est-ce ce que l'on dit de faire ? ce que l'on fait ? ce que l'on croit devoir faire ? C'est un concept qui fait partie d'un champ conceptuel comprenant les ingrédients : consigne, objectif (cognitif, pédagogique), démarche, procédure, but, activité, compétence, capacité, etc. Parfois synonyme de problème, c'est ainsi que l'on peut parfois trouver l'expression dans la banque « famille de tâches » plutôt que « famille de problèmes ». Brousseau (2004) montre également que selon le contexte la notion de tâche prend des colorations diverses. Selon lui, la tâche est un projet. Il s'emploie de montrer les inconvénients de l'usage inconsidéré de ce terme.

Le dictionnaire (Petit Robert) admet les deux acceptions[1] proches mais néanmoins le tiraillement entre ce qui est à faire (consigne) et ce que l'on fait (l'activité).

Référence à la tâche dans la théorie de l'activité

Dans le cadre de la théorie de l'activité Leontiev (1976 cité par Leplat & Hoc, 1983) donne une définition que l'on adoptera ainsi que des concepts associés : Une tâche est un but donné dans des conditions déterminées.

Ensuite la tâche enclenche une activité aussi bien matérielle qu'intellectuelle. Celle-ci va s'étaler sur une période composée de différents étapes plus courtes au cours desquelles se déroulent des processus relativement bien identifiables nommés actions. Les actions elles-mêmes se décomposent en opérations plus difficiles à cerner.

Une action peut être associée à une (sous-)tâche que le meneur ou les meneurs de l'activité se donnent.

1Travail déterminé qu'on doit exécuter. (besogne, ouvrage) / Ce qu'il faut faire ; conduite commandée par une nécessité ou dont on se fait une obligation (devoir, mission, rôle).

L'énoncé d'un but (la tâche), notamment dans le monde du travail, peut être accompagné explicitement ou implicitement d'une marche à suivre.

Le même schéma à trois niveaux (activité, actions, opérations) peut être utilisé pour décrire aussi bien des activités individuelles que collectives.

Il nous permet de désigner les différentes étapes de l'analyse de la tâche par un terme approprié, les actions. Dans ce modèle, les opérations peuvent être constituées des petits processus intériorisés quasiment instinctifs lorsqu'il faut exécuter des calculs ou des constructions géométriques simples.

La classification par « tâches » de la BP-ARMT

C'est à dessein que l'on propose le mot « tâche » entre guillemet dans l'expression classification par « tâches ».

Dans un problème du RMT, il y a en général, selon la définition adoptée, deux tâches explicitées : résoudre le problème qui se particularise par une consigne dans le cadre des données et les conditions du RMT, et décrire ou expliquer sa démarche. Une tâche implicite collective relève de l'organisation des groupes d'élèves oeuvrant à la résolution.

Si l'on en tient à ce niveau de généralité, la classification est trop grossière. Il faut trouver des critères plus sélectifs.

Mais caractériser un problème par une *tâche* globale suffisamment précise est un exercice difficile, pas toujours possible. C'est pour cela que l'on considère souvent plutôt les *actions,* voire les *opérations,* principales que décrit l'analyse a priori.

Dans le cadre de la résolution de problèmes mathématiques, il ne semble pas être nécessaire de distinguer la tâche prescrite de la tâche effective comme cela peut se faire dans le cas en analyse du travail. Toutefois, les données peuvent induire des versions différentes des actions menées selon le cursus de celui ou celle qui résout le problème : dans ce que les uns identifieront un comptage de salades d'autres peuvent identifier un problème d'équations.

Comme plusieurs stratégies de résolution sont toujours possibles, certaines prévues et d'autres découvertes lors de l'analyse a posteriori, il faut distinguer les actions de l'activité supposée et celles de l'activité effective.

A noter que l'analyse a priori n'explicite pas toujours certaines actions courantes telles que lire les données, essayer, etc. Par contre, elles ne devraient pas êtres omises dans la description des tâches à l'intérieur de la BP-ARMT.

En définitive, les familles des problèmes sont caractérisées par un mixte comprenant des tâches au sens propre, des actions et quelques autres caractéristiques qui peuvent relever d'actions implicites ou d'opérations.

Exemples de « tâches »

LAC : Compléter des calculs lacunaires : C'est une tâche au sens propre qui apparaît formulée de façon diverses dans les consignes, par exemple : « Trouvez les nombres qui se cachent sous les dessins ». (04.I.13)

ADD : Rechercher une somme ou une différence de nombres : C'est bien une tâche, mais jamais proposée telle quelle dans un problème du rallye. Dans le cas des problèmes du RMT, cela décrit une action. Ce critère est peu sélectif. Il apparait dans de nombreux problèmes (plus du 10%),

MEQ : Établir puis résoudre des (in)équations : Dans le cadres des problèmes du RMT cet énoncé relève plutôt d'une action[1]. Toutefois, il est rare que les problèmes que des « experts » résoudraient en posant puis en résolvant des équations sont le fait des élèves participants aux rallyes (sauf occasionnellement ceux des catégories 8 à 10). Le titre adopté prête donc à confusion. C'est la description qui indique quelle est la véritable tâche.

Trouver une meilleure appellation n'est pas chose aisée. Le groupe *Algèbre* avait proposé de façon parallèle la formulation « *AA - Passer de l'arithmétique à l'algèbre* » qui semble recouvrir le même type de problèmes[2]. Dans ce cas, l'appellation évoque plutôt un usage didactique du problème. Le cas en en discussion.

La « tâche » *DSP - Repérer des données superflues* serait plutôt une opération de même que *OBS - Observer des relations.*

La « tâche » *QUA- Travailler sur un quadrillage* donne une indication sur le contexte de la tâche.

1 Alors que cela peut être une tâche dans le cadre de problèmes classiques des degrés post-obligatoires.

2 Actuellement peu de problèmes appartiennent aux deux familles. C'est le cas du problème « Modèles réduits » (26.I.04).

Programme pour le futur

Il reste encore du pain sur la planche. Tout d'abord, il s'agit de terminer la saisie de toutes les informations disponibles. C'est un travail routinier, mais qui demande du temps. Puis, il faudra terminer l'indexage par concepts et la rédaction des résumés. Ce dernier travail est crucial pour la phase ultérieure de classification selon les « tâches ». En effet, c'est en passant en revue les problèmes et en rédigeant les résumés que le repérage de « tâches » et leur description s'effectuent le plus facilement.

Parmi les familles à examiner se trouvent tout d'abord celles qui sont peu peuplées (*CDF – Mettre en relation code fractionnaire et code décimal* avec un seul problème) ou celles qui trop abondantes (*ADD - Rechercher une somme ou une différence de nombres* avec 158 problèmes). Elles sont à revoir en fonction de la fréquence de leur utilisation, de leur recoupement avec les notions et des problèmes qui les constituent

Les familles dont le titre prête à confusions sont aussi à examiner. C'est le cas des familles MEQ (le titre évoque une action qui n'est pas du ressort des élèves) et AA (le titre évoque une intention didactique) évoquées précédemment.

Créer des familles plus spécifiques fait partie des pistes à explorer. En particulier pour classer les problèmes dont on désire préciser les actions par adjonction de ADD (par exemple : LAC, ADD pour les problèmes lacunaires relevant de l'addition), il serait possible de créer de nouvelles sous-familles (dans le cas de l'exemple LAC/ADD).

Pour créer des familles bien adaptées à des problèmes du type « Au fitness » (14.II.12) (où il s'agit de faire un choix entre deux modalités de payement), on pourrait se référer à la structure mathématique sous-jacente, c'est-à-dire à une comparaison de fonctions affines, ou, mieux, une comparaison d'offres.

Des problèmes du type « La cueillette des champignons » (19.I.15) où il s'agit de déterminer combien chacun des quatre enfants participant à la cueillette ont ramassé de champignons connaissant le total et des informations partielles sur la récolte de chacun peuvent être résolus en passant par un système d'équation (en l'occurence un système de 5 équations à 5 inconnues). Toutefois, les élèves vont très certainement les résoudre par diverses tentatives et les plus experts exploiteront des raccourcis. Ces problèmes sont à faire migrer dans la sous-famille *LO/NU - Effectuer des déductions avec des contraintes numériques*.

Mais qu'en est-il de l'usage de cette classification ? Les premières observations de l'utilisation de la BP-ARMT montrent que les requêtes par mot-clé (titre ou concept) sont beaucoup plus utilisées (réflexe Google ?) que les recherches par navigation dont la recherche par « tâches » fait partie. Par conséquent, le classement par « tâches », auquel une grande importance est accordée n'a pas encore montré toute son utilité.

Ce sera peut-être le cas lorsqu'il s'agira de concevoir des scénarios à l'image du parcours décrit par François Jaquet dans ce numéro de la Gazette. L'usage futur montrera également quelle est la redondance (ou l'articulation) entre l'information fournie par les concepts du domaine mathématique (vocabulaire non contrôlé en assez grand nombres) et la liste des tâches (fixées en nombre limité).

L'intérêt porté par différents publics (concepteurs de problèmes, utilisateurs) sera aussi à prendre en compte.

D'autres questions restent à examiner dans le partage du travail des descriptions entre les groupes de travail, par exemple *Algèbre* et *Fonction* pour ce qui est des équations ou *Géométrie plane* et *Grandeurs et mesure* pour ce qui relève de la détermination d'aires.

Il n'est pas impossible à terme que les classifications puissent être en partie déduites automatiquement à partir d'informations tirées de l'analyse de la tâche, du résumé et de l'énoncé.

Pour conclure : de l'intérêt et de l'utilité de classifier les problèmes du RMT

Dans cet article nous avons vu que la banque de problèmes de l'ARMT fait partie d'un ensemble important de ressources de problèmes de tous les types et de toutes les provenance disponibles sur Internet. Elle possède la particularité de proposer des analyses de tâches.

Cette caractéristique a conduit à développer une classification des problèmes par « tâches », terme qui recouvre à la fois des tâches proprement dites, des actions et opérations qui peuvent intervenir dans l'activité de résolution.

La banque est principalement basée sur des travaux en didactique relayés par les groupes de travail et de réflexion de l'ARMT. Mais, des travaux relatifs à l'établissement de typologies et taxonomies liés à la résolution de problèmes mathématiques, notamment ceux menés par EVAPM et par l'IRDP (dont le groupe de travail HARMOS) ont aussi été largement consultés.

Ces travaux classiques liés à l'évaluation des compétences ou des objectifs offrent quelques points de repère importants avec la différence que, dans le cas du rallye, il n'y a pas d'évaluation relative à un référentiel scolaire. Les problèmes ne sont pas taillés pour mettre en évidence l'atteinte (ou la poursuite) d'un objectif. Ils veulent

donner la possibilité de pratiquer des mathématiques. Cela a pour conséquence que l' « habillage » dont ils sont pourvus rend leur classement plus difficile à effectuer. Les actions et les concepts mathématiques à mettre en œuvre ne figurent pas directement dans l'énoncé ou la consigne.

Dans l'état actuel, la banque peut servir d'outil de travail aux concepteurs de problèmes. Il semble également possible de créer à partir de la banque des parcours didactiques raisonnés pour l'apprentissage d'une famille de concepts. Malgré tout, il reste encore beaucoup à faire, notamment dans la définition et la description des tâches.

Toutefois, ce travail un peu technique d'ingénierie didactique ne doit pas faire oublier que l'objectif du rallye n'est pas à proprement scolaire. L'exploitation didactique ultérieure des problèmes n'est pas forcément ou très occasionnellement l'intérêt principal des participants au rallye à quelque titre que ce soit.

En effet, l'activité de classement des problèmes est vraisemblablement moins intéressante que celle de création de nouveaux problèmes. L'observation de l'ingéniosité des enfants pour résoudre les problèmes, l'identification des obstacles qu'ils rencontrent et l'analyse des perceptions justes ou erronées de concepts mathématiques sont plus attrayantes.

Par contre, on peut imaginer que l'effort demandé par le travail de classification peut être récompensé par son utilité à proposer des variantes. Cela étant dit, les groupes de travail ont commencé un travail critique du classement adopté. Ils vérifient que les catégories adoptées sont en bonne correspondance avec les problèmes qu'elles décrivent, que les descriptions sont pertinentes et que les titres sont appropriés.

Il est souhaitable que cet apport puisse être poursuivi et qu'il y ait une co-construction de la banque à travers le « dialogue » entre problèmes, descriptions de « tâches », retours d'utilisateurs et statistiques d'utilisation.

Bibliographie

Bodin, A. & Couturier, F. (1993). Développement d'une base de données d'évaluation en mathématiques : EVAPMIB. *Pédagogies*, N° 5/93.

Bodin, A. & Couturier, F. (2004). *Développement d'une base de données d'évaluation en mathématiques : EVAPMIB*. Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (IREM), Université de FRANCHE COMTÉ (reprise de la publication de 1993).

Bodin, A. (2009). *Comment classer les questions de mathématiques ?* IREM de Franche-Comté, Document de travail.

Bodin, A., Hosson (de), C., Décamp, N., Grapin, N. & Vrignaud, P. (2016). *Comparaison des évaluations PISA et TIMSS. Acquis des élèves : comprendre les évaluations internationales* (volume 1). Conseil national d'évaluation du système scolaire (Cnesco).

Bowron, M. & Hall, L. M., (2001). *20,000 problems under the sea : mathematical treasure on the web*. MathPro Press University of Missouri-Rolla. Department of Mathematics and Statistics.

Brousseau, G. (2004). *Tâche, situation, activité*[1].

Charnay, R. (2003). L'analyse a priori, un outil pour l'enseignant. *Math-Ecole*, 209, décembre 2003, 14-26 (paru aussi dans le 3e volume des actes des rencontres sur le RMT avec une traduction en italien).

Clément, M. & Criton, M. (dir.) (2006). *Panorama 2006 des compétitions mathématiques*. PanoraMath 4. Paris : POLE – CIJM.

DeCarlo, M. (2003). S*cience and Technology Sources on the Internet : Mathematics Education Resources on the Internet.* Syracuse University Mathematics Library (http://www.istl.org/03-summer/internet.html).

Drechsler, M. (2007). Quand les enseignants indexent la toile. *Médialog*, 63, septembre 2007, 4-8.

Gras R. (1977). *Contributions à l'étude expérimentale et à l'analyse de certaines acquisitions cognitives et de certains objectifs didactiques en mathématiques.* Thèse-0université de RENNES.

Gras, R. (2002). *Taxonomie d'objectifs cognitifs*. Observatoire EVAPM.

Henry, M., Almouloud, S.A. & Mendonça Campos, T.M. (2006). Analyses de situations didactiques[2]. *Educ. Mat. Pesqui.*, São Paulo, 8(1), 45-65.

Houdement, C. (2015). Le RMT, médiation entre enseignants et résolution de problèmes. *La Gazette de Transalpie*, no 4.

1 http://www.ssrdm.ch/SSRDM/actualite/materiels/tachebrousseau.pdf (archivé par Google)

2 Adaptation d'une communication aux journées d'études sur le RMT de Torre delle Stelle 2002 : Le rôle de l'analyse a priori dans l'élaboration d'un problème de Rallye, (Il ruolo dell'analisi a priori nell'elaborazione di un problema del rally), Actes bilingue (Français-Italien) des journées d'études sur le RMT de Torre delle Stelle 2002, A.R.M.T. Grugnetti, L. et Jaquet F. ed., Universita di Parma e di Cagliari, octobre 2003, p. 237-256.

Kassam, S. (2015). *Utilisation du site Internet des moyens de Mathématiques 9-10-11 : Enquête auprès des enseignants – principaux résultats*. Neuchâtel : IRDP, document de travail 15.1001.

Leontiev, A. (1976). *Le développement du psychisme*. Paris : Editions sociales.

Leplat, J. & Hoc, J.M. (1983). Tâche et activité dans l'analyse des situations. *Cahiers de Psychologie Cognitive*, 3(1), 49-63.

Margot, A. (1984). *Création d'une banque d'items de mathématique : du traitement documentaire des items à l'informatisation du système.* Neuchâtel : IRDP (IRDP/D+M 84.09).

Pochon, L.-O. (2003). Quelques repères historiques et culturels concernant les NTIC et leur usage dans l'éducation. *Cahiers de psychologie n°39*. Université de Neuchâtel, Institut de psychologie et éducation.

Pochon, L.-O. (2007). *Vers un modèle formel de classification de problèmes mathématiques et son usage dans la définition de compétences mathématiques.* Neuchâtel : IRDP. (Document de travail 07.1002).

Pochon L.-O. & Vermot, B. (2010). A *propos de l'usage actuel et futur des supports informatisés pour l'enseignement des mathématiques aux degrés 7-8-9*. Neuchâtel : IRDP. Document de travail. (mis à disposition dans le Bulletin de la SENS, n° 49 : http://www.sens-neuchatel.ch/bulletin/no49/art2-49-Pochon-Vermot.pdf)

Rheingold, H. (1993). *The Virtual Community. Homesteading on the Electronic Frontier*. Reading, Mass : Addison-Wesley.

Vergnaud, G. (1981). *L'enfant, la mathématique et la réalité : problèmes de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire.* Berne : Peter Lang.